**WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI NIEZBĘDNE DO UZYSKANIA PRZEZ UCZNIA**

**POSZCZEGÓLNYCH ŚRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCH**

**WYNIKAJĄCYCH Z REALIZOWANEGO PROGRAMU NAUCZANIA**

**Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed**

**/Matematyka. Solidna od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach/**

**Wydawnictwo Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro (LICEUM 4-LETNIE)**

**ZAKRES PODSTAWOWY KLASA DRUGA 2A, 2B1, 2B2, 2B3, 2E, 2F**

|  |
| --- |
| Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania.Ocenę **niedostateczną** otrzymuje uczeń, który nie spełnia wymagań edukacyjnych niezbędnych do uzyskania oceny dopuszczającej. |
| Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dopuszczającej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dostatecznej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dobrej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny bardzo dobrej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny celującej** |
| 1. **PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI**
 |
| * zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;
* potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora
* potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)
* zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych
* potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)
* potrafi narysować wykres funkcji y = f(x) + q, y = f(x – p), y = f(x – p) + q, w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji y = f(x)
 | * potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
* potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
* potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor
* umie podać własności funkcji: y = f(x) + q, y = f(x – p), y = f(x – p) + q, w oparciu o dane własności funkcji y = f(x)
* potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji f przesunięcie równoległe o dany wektor.
 | * potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności
* potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności
* potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności
 | * wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;
* potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;
* zna prawa dotyczące działań na wektorach;
* potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
* potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności
 | * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji
 |
| 1. **RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ**
 |
| * zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną
* potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby
* umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami
* rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu | x – a | = b
* zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej
 | * potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: | x – a | = b,
* potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału
* wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość
 | * rozwiązuje równania wartością bezwzględną metodą graficzną
 | * rozwiązuje algebraicznie i graficznie z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności
 | * rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności;
* 3potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem
 |
| **3 FUNKCJA KWADRATOWA** |
| * zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej y = a(x – x1)(x – x2), gdzie a≠0
* zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)
* odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej
* potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;
* potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.)
* interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje)
* potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;
* potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;
* potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;
* potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;
* rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli Δ > 0
 | * potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;
* rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli Δ ≤ 0
* potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;
* potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne);
* potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;
* potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;
 | * potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne
 | * potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej;
* potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;
 | * potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów
 |
| **4 GEOMETRIA PŁASKA - OKRĘGI I KOŁA** |
| * zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;
* zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;
* zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;
* zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;
* zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;
* zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;
* umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;
* rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;
* zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań,
* zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;
* potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;
* potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;
* zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;
* potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;
* zna definicję stycznej do okręgu;
* zna twierdzenie o stycznej do okręgu;
* zna twierdzenie o odcinkach stycznych;
* umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;
* posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;
* zna twierdzenie o stycznej i siecznej;
* zna twierdzenie o cięciwach;
* zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;
* potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;
 | * zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;
* zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;
* zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
* zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
* umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;
* umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;
* zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
* zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;
* zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;
* zna trzy cechy przystawania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
* zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;
* umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.
* potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;
* zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań
* potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań;
* potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;
* rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie
* rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
 | * zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;
* zna definicję wielokąta;
* zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;
* wie, jaki wielokąt nazywamy foremnym;
* potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;
* potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;
* zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;
* potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;
* zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;
* potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
* potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;
* stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach
* rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;
* umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;
 | * potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawania trójkątów;
* potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;
* potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;
* potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;
* potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;
* potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
* potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa,
* potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
* potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;
* potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;
* potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;
* przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;
* potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.
 | * potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
* zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;
* umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.
* potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;
* potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;
* potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
* potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;
* potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
* umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.
 |
| **5 TRYGONOMETRIA** |
| * zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;
* potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta
* zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;
* Zna wzory redukcyjne kątów: $90^{0}\pm α;180^{0}\pm α$ ;
 | * potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^{0}\pm α;180^{0}\pm α$ w obliczaniu wartości wyrażeń;
* potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
* potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
* potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;
 | * potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^{0}\pm α;180^{0}\pm α$ w obliczaniu wartości wyrażeń;
* potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
* potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
 | * potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;
* potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;
 | * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.
* potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.
 |
| **6 GEOMETRIA ANALITYCZNA** |
| * potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców
* zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);
* zna definicję równania ogólnego prostej;
* potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;
* zna warunek równoległości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;
* rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej
* potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;
* potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;
* umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej
* potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;
 | * potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
* potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
* potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
* potrafi stosować warunek równoległości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej i przechodzącej przez dany punkt;
* potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
* potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
* potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
 | * potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości prostych
* potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;
 | * potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
 | * potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
* potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;
* potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
 |
| **7 GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.** |
| * zna twierdzenie cosinusów;
* rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;
* zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;
* potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;
* zna twierdzenie o polach figur podobnych;
* zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;
* wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań
 | * potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
* potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
* potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
* umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
 | * potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;
* potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;
* potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
 | * potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie cosinusów;
* rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)
* potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.
 | * potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
* potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń
 |
| **8 WIELOMIANY** |
| * zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;
* potrafi wskazać jednomiany podobne;
* potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;
* potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);
* potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;
* potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia
* potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;
* potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;
* potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;
* potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu;
* zna twierdzenie Bezouta;
* zna twierdzenie o reszcie;
 | * potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
* potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;
* potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;
* potrafi rozwiązywać równania wielomianowe w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;
 | * potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;
 | * potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wielomianowych;
 | * potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów
 |