

**WYMAGANIA EDUKACYJNE ZMATEMATYKI NIEZBĘDNE DO UZYSKANIA PRZEZ UCZNIA**

**POSZCZEGÓLNYCH ŚRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCHWYNIKAJĄCYCH Z REALIZOWANEGO PROGRAMU NAUCZANIA**

**Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed/**

**Matematyka. Solidna od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach/**

**Wydawnictwo Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro (LICEUM 4-LETNIE)**

**ZAKRES PODSTAWOWY**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Szczegółowe wymagania edukacyjne dla klas 4Ap, 4Fp** | | | | | | | | |
| Ocenę **niedostateczną** otrzymuje uczeń, który nie spełnia wymagań edukacyjnych niezbędnych do uzyskania oceny dopuszczającej. | | | | | | | | |
| Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dopuszczającej** | | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dostatecznej** | | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dobrej** | | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny bardzo dobrej** | | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny celującej** |
| 1. **FUNKCJA**  **WYKŁADNICZA** | | | | | | | | |
| *potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku naturalnym, całkowitym i wymiernym;* | | potrafi zapisać daną liczbę w postaci potęgi o wskazanej podstawie | | *sprawnie przekształca wyrażenia algebraiczne zawierające potęgi i pierwiastki;* | | *potrafi oszacować wartość potęgi o wykładniku rzeczywistym;* | | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze z parametrem |
| *zna prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych i stosuje je w obliczeniach;* | | potrafi uprościć wyrażenia zawierające potęgi | | *sprawnie zamienia pierwiastki arytmetyczne na potęgi o wykładniku wymiernym i odwrotnie;* | | *porównywać wyrażenia zawierające pierwiastki;* | | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o podwyższonym stopniu trudności), w których wykorzystuje własności funkcji wykładniczych |
| *zna pojęcie pierwiastka arytmetycznego z liczby nieujemnej i potrafi stosować prawa działań na pierwiastkach w obliczeniach;* | | potrafi porównywać potęgi | | potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną | | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze stosując metodę podstawiania | |  |
| *potrafi obliczać pierwiastki stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;* | | potrafi opisać własności funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu | | *potrafi wyłączać wspólną potęgę poza nawias;* | | potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności wykładniczych | |  |
| potrafi wykonywać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym; | | potrafi wyznaczyć wzór funkcji wykładniczej w oparciu współrzędne punktu/punktów należących do wykresu funkcji | | potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną | | potrafi rozwiązywać zadania stosując własności funkcji wykładniczych | |  |
| stosuje własności działań na potęgach w rozwiązywaniu zadań | | potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor i symetrie względem osi układu (złożenie przekształceń) | | potrafi interpretować graficznie równania wykładnicze z parametrem | |  | |  |
| zna definicję funkcji wykładniczej | |  | | potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych | |  | |  |
| potrafi odróżnić funkcję wykładniczą od innych funkcji | |  | | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności),  w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji wykładniczej oraz potęg | |  | |  |
| potrafi obliczać wartości funkcji dla danych argumentów | |  | | potrafi rozwiązać równania oraz nierówności wykładnicze korzystając  z wykresów odpowiednich funkcji wykładniczych | |  | |  |
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw | |  | | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wykładnicze korzystając z różnowartościowości/monotoniczności funkcji | |  | |  |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji wykładniczych (SOX, SOY, S(0,0), przesunięcie równoległe o dany wektor) | |  | |  | |  | |  |
| potrafi szkicować wykresy funkcji wykładniczych stosując przesunięcie równoległe o wektor albo symetrie względem osi układu | |  | |  | |  | |  |
| zna pojęcie równania wykładniczego oraz nierówności wykładniczej | |  | |  | |  | |  |
| potrafi rozwiązywać algebraicznie i graficznie proste równania oraz nierówności wykładnicze | |  | |  | |  | |  |
|  | |  | |  | |  | |  |
| **II. FUNKCJA LOGARYTMICZNA** | | | | | | | | |
| *zna pojęcia: podstawa logarytmu, liczba logarytmowana;* | | *potrafi wykonywać proste działania z wykorzystaniem twierdzenia o: logarytmie iloczynu, logarytmie ilorazu, logarytmie potęgi;* | | *zna i potrafi stosować własności logarytmów w obliczeniach;* | | *potrafi zapisywać wyrażenia z logarytmami z postaci jednego logarytmu;* | | *potrafi wykorzystać pojęcie logarytmu w zadaniach praktycznych.* |
| *zna definicję logarytmu i potrafi obliczać logarytmy bezpośrednio z definicji;* | | *potrafi zamienić podstawę logarytmu;* | | *rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem definicji logarytmu* | | *potrafi rozwiązywać nietypowe zadania z zastosowaniem poznanych twierdzeń;* | | *potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym z zastosowaniem własności logarytmów;* |
| *zna pojęcie logarytmu dziesiętnego;* | | stosuje do obliczeń logarytmu równości wynikające z definicji logarytmu | | *potrafi przekształcić wyrażenia z logarytmami;* | | potrafi udowodnić twierdzenia o logarytmach | | potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne z parametrem; |
| potrafi podać założenia i zapisać w prostszej postaci wyrażenia zawierające logarytmy | | zna i potrafi stosować własności logarytmów do obliczania wartości wyrażeń | | potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań osadzonych w kontekście praktycznym | | potrafi wykorzystać własności funkcji logarytmicznej do rozwiązywania zadań z parametrem | | potrafi udowodnić niewymierność logarytmu (np. log23) |
| zna definicję funkcji logarytmicznej; | | wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu | | potrafi stosować twierdzenia o logarytmie iloczynu, ilorazu i potęgi do udowadniania równości wyrażeń | | potrafi wykorzystać funkcję logarytmiczną do rozwiązywania zadań, o podwyższonym stopniu trudności, osadzonych w kontekście praktycznym | | potrafi w dowodach o podwyższonym stopniu trudności korzystać z twierdzeń i własności funkcji logarytmicznej |
| potrafi odróżnić funkcję logarytmiczną od innej funkcji; | | wyznacza podstawę logarytmu/liczbę logarytmowaną, gdy dana jest wartość logarytmu | | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej | | potrafi zaznaczyć w układzie współrzędnych zbiory punktów opisane a pomocą nierówności logarytmicznych | |  |
| potrafi określić dziedzinę funkcji logarytmicznej; | | podaje odpowiednie założenia dla dla podstawy oraz liczby logarytmowanej | | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie (o średnim stopniu trudności), w których wykorzystuje wiadomości dotyczące funkcji logarytmicznej | | potrafi rozwiązywać zadania o [podwyższonym stopniu trudności stosując własności funkcji logarytmicznych oraz poznane twierdzenia | |  |
| potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw; | | potrafi obliczyć/wyznaczyć przybliżoną wartość logarytmu mając przybliżenie innego logarytmu (np. Wyznaczyć log220 wiedząc, że log25 = p) | | potrafi szkicować wykresy funkcji logarytmicznych z wartością bezwzględną | | potrafi rozwiązywać równania i nierówności logarytmiczne wprowadzając zmienną pomocniczą; | |  |
| potrafi opisać własności funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu; | | potrafi wyznaczyć wzór funkcji logarytmicznej gdy dany jest punkt należący do wykresu | |  | | potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy | |  |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych (SOX, SOY, S0, przesunięcie równoległe o dany wektor); | | potrafi graficznie rozwiązywać równania, nierówności zastosowaniem wykresów funkcji logarytmicznych; | |  | |  | |  |
|  | | potrafi algebraicznie rozwiązywać proste równania oraz nierówności logarytmiczne; | |  | |  | |  |
|  | | rozwiązuje zadania tekstowe osadzone w kontekście praktycznym, w których wykorzystuje umiejętność rozwiązywania prostych równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych (lokaty bankowe, rozpad substancji promieniotwórczych itp.) | |  | |  | |  |
|  | | posługuje się funkcjami wykładniczymi oraz funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych itp. | |  | |  | |  |
|  | |  | |  | |  | |  |
| **III. ELEMENTY STATYSTYKI** | | | | | | | | |
| zna podstawowe pojęcia statystyki opisowej: obserwacja statystyczna, populacja generalna, próba, liczebność próby, cecha statystyczna (mierzalna, niemierzalna) | | potrafi interpretować dane statystyczne odczytane z tabel, diagramów i wykresów | | potrafi rozwiązywać zadania ze statystyki opisowej o średnim stopniu trudności. | | potrafi stosować wiadomości ze statystyki w różnych nietypowych zadaniach zadaniach | |  |
| zna i rozumie pojęcie skali centylowej | | potrafi określać zależności między odczytanymi danymi; | | oblicza średnią arytmetyczną danych przedstawionych w niestandardowy sposób | | wykorzystuje w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności pojęcia statystyczne | |  |
| zna i rozumie pojęcie średniej arytmetycznej, średniej ważonej, wariancji i odchylenia standardowego, | | potrafi interpretować średnią arytmetyczną, średnią ważoną, medianę i odchylenie standardowe | | oblicza odchylenie standardowe i wariancję danych przedstawionych w niestandardowy sposób | |  | |  |
| potrafi odczytywać dane statystyczne z tabel, diagramów  i wykresów | | wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną | | rozwiązuje nietypowe zadania w których występuje średnia ważona | |  | |  |
| potrafi przedstawiać dane empiryczne w postaci tabel, diagramów i wykresów; | | wykorzystuje w zadaniach medianę i dominantę | | potrafi interpretować dane statystyczne, ze szczególnym uwzględnieniem miar rozrzutu oraz skali centylowej | |  | |  |
| potrafi interpretować wymienione wyżej parametry statystyczne. | | potrafi korzystać ze skali centylowej | |  | |  | |  |
| potrafi policzyć średnią arytmetyczną zestawu danych | | wyznacza modę i medianę danych przedstawionych diagramami | |  | |  | |  |
| wyznacza medianę i dominantę zestawu danych | | wyznacza modę i medianę pogrupowanych danych | |  | |  | |  |
| potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych | | potrafi obliczyć wariancję i odchylenie standardowe zestawu danych przedstawionych różnymi sposobami | |  | |  | |  |
| potrafi obliczyć średnią ważoną zestawu liczb z podanymi wagami | | stosuje w zadaniach średnią ważoną | |  | |  | |  |
|  | |  | |  | |  | |  |
| **IV. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA** | | | | | | | | |
| zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się; | | wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń | | umie udowodnić własności prawdopodobieństwa; | | stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń | | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa. |
| potrafi określić zbiór wszystkich zdarzeń danego doświadczenia losowego, obliczyć jego moc oraz obliczyć liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu; | | potrafi zastosować twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń | | umie stosować własności prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań „teoretycznych”; | | oblicza prawdopodobieństwo w doświadczeniach wieloetapowych | |  |
| zna pojęcie zdarzenia niemożliwego i pewnego; potrafi podać przykłady takich zdarzeń | | potrafi sprawdzić, czy zdarzenia się wykluczają | | rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o średnim stopniu trudności | | rozwiązuje zadania z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności | |  |
| potrafi stosować klasyczną definicję prawdopodobieństwa w rozwiązaniach zadań; | | zna własności prawdopodobieństwa i umie je stosować w rozwiązaniach prostych zadań; | | Wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w zadaniach o średnim stopniu trudności | | prowadzi dowody wykorzystujące własności prawdopodobieństwa i poznane wzory | |  |
| zna i rozumie aksjomatyczną definicję prawdopodobieństwa | | rozwiązuje proste zadania za pomocą drzewa stochastycznego; | | oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej i potrafi określić, czy gra jest sprawiedliwa | |  | |  |
| umie obliczyć prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego | | wykorzystuje regułę mnożenia, dodawania, permutacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych zadaniach | |  | |  | |  |
| potrafi podać pary zdarzeń przeciwnych i wykluczających się | | potrafi podać rozkład zmiennej losowej | |  | |  | |  |
| zna terminy: doświadczenie losowe, zdarzenie elementarne, przestrzeń zdarzeń elementarnych, zdarzenie, zdarzenie pewne zdarzenie niemożliwe, zdarzenia wykluczające się; | | wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń | |  | |  | |  |
| **V. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. WIELOŚCIANY** | | | | | | | | |
| potrafi określić położenie dwóch płaszczyzn w przestrzeni | | potrafi sprawdzić, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi | | przeprowadza wnioskowania dotycząc położenia prostych w przestrzeni | | przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny | | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył |
| potrafi określić położenie prostej i płaszczyzny w przestrzeni | | oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa | | stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadniania prostopadłości prostych | | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni graniastosłupa prostego | |  |
| potrafi określić położenie dwóch prostych w przestrzeni | | stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa oraz ostrosłupa | | stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań | | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na objętość i pole powierzchni ostrosłupa | |  |
| rysuje figury płaskie w rzucie równoległym na płaszczyznę | | oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego również  z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii | | rozwiązuje zadania dotyczące miar kąta między prostą a płaszczyzną, również z wykorzystaniem trygonometrii | | przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych | |  |
| umie scharakteryzować prostopadłość prostej i płaszczyzny | | oblicza objętość graniastosłupa prostego oraz ostrosłupa prawidłowego | | rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego | |  | |  |
| umie scharakteryzować prostopadłość dwóch płaszczyzn | | oblicza objętość graniastosłupa pochyłego | | oblicza objętości graniastosłupów oraz ostrosłupów z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii | |  | |  |
| rozumie pojęcie odległości punktu od płaszczyzny oraz odległości prostej równoległej do płaszczyzny od tej płaszczyzny | | oblicza pole powierzchni ostrosłupa mając daną jego siatkę | | potrafi wyznaczać przekroje wielościanów; | |  | |  |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech prostych prostopadłych | | potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między ścianami oraz obliczyć miarę tego kąta; | | potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju graniastosłupa daną płaszczyzną (graniastosłupa, ostrosłupa) | |  | |  |
| rozumie pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną | |  | | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii; | |  | |  |
| rozumie pojęcie kąta dwuściennego, poprawnie posługuje się terminem “kąt liniowy kąta dwuściennego” | |  | |  | |  | |  |
| zna określenie graniastosłupa; umie wskazać: podstawy, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość graniastosłupa | |  | |  | |  | |  |
| zna podział graniastosłupów | |  | |  | |  | |  |
| umie narysować siatki graniastosłupów prostych | |  | |  | |  | |  |
| potrafi narysować siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment | |  | |  | |  | |  |
| potrafi narysować siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment | |  | |  | |  | |  |
| zna określenie ostrosłupa; umie wskazać: podstawę, ściany boczne, krawędzie podstaw, krawędzie boczne, wysokość ostrosłupa; | |  | |  | |  | |  |
| zna podział ostrosłupów; | |  | |  | |  | |  |
| umie narysować siatki ostrosłupów prostych; | |  | |  | |  | |  |
| potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi itp.) oraz obliczyć miary tych kątów; | |  | |  | |  | |  |
| potrafi rozpoznać w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami i płaszczyznami (kąty między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami) oraz obliczyć miary tych kątów; | |  | |  | |  | |  |
| umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych graniastosłupów | |  | |  | |  | |  |
| umie obliczyć objętość i pole powierzchni poznanych ostrosłupów w prostych, typowych zadaniach | |  | |  | |  | |  |
| **VI. GEOMETRIA PRZESTRZENNA. BRYŁY OBROTOWE** | | | | | | | | |
| zna określenie walca; umie wskazać: podstawy, powierzchnię boczną, tworzącą, oś obrotu walca | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące brył, w tym z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych wcześniej twierdzeń z geometrii płaskiej | | określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną; | | potrafi rozwiązywać zadania, w których jedna bryła jest wpisana w drugą lub opisana na niej (ostrosłup wpisany w kulę; kula wpisana w stożek, ostrosłup opisany na kuli, walec wpisany w stożek itp.); | | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne dotyczące brył | |
| rozumie określenie “przekrój osiowy walca” | rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca oraz powierzchni bocznej stożka | | potrafi obliczyć pole powierzchni przekroju bryły daną płaszczyzną (walca, stożka, kuli); | | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące brył obrotowych (stożka, kuli, walca) | | wyprowadza wzory na objętość i pole powierzchni nietypowych brył, np. stożka ściętego | |
| zna określenie stożka; umie wskazać: podstawę, powierzchnię boczną, tworzącą, wysokość, oś obrotu stożka; | stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości brył obrotowych (stożka, kuli, walca) | | potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych w rozwiązaniach zadań | |  | |  | |
| rozpoznaje w walcach i stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą) oraz oblicza miary tych kątów | wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych | | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności, z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii; | |  | |  | |
| zna określenie kuli | potrafi stosować twierdzenie o objętości brył podobnych  w rozwiązaniach prostych zadań | |  | |  | |  | |
| rozumie pojęcie objętości bryły |  | |  | |  | |  | |
| umie obliczyć objętość i pole powierzchni brył obrotowych (stożka, kuli, walca) w prostych, typowych zadaniach |  | |  | |  | |  | |
|  |  | |  | |  | |  | |

**Opracowała Marta Kubiak**