

**WYMAGANIA EDUKACYJNE Z MATEMATYKI NIEZBĘDNE DO UZYSKANIA PRZEZ UCZNIA**

**POSZCZEGÓLNYCH ŚRÓDROCZNYCH I ROCZNYCH OCEN KLASYFIKACYJNYCHWYNIKAJĄCYCH Z REALIZOWANEGO PROGRAMU NAUCZANIA**

**Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed/**

**Matematyka. Solidna od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach/**

**Wydawnictwo Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro (LICEUM 4-LETNIE)**

 **ZAKRES** ROZSZERZONY

|  |
| --- |
| **Szczegółowe wymagania edukacyjne dla klasy 3B1, 3B2, 3C, 3D, 3G, 3H, 3I** |
| Ocenę **niedostateczną** otrzymuje uczeń, który nie spełnia wymagań edukacyjnych niezbędnych do uzyskania oceny dopuszczającej. |
| Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dopuszczającej** | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dostatecznej**Zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny dobrej**Zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą i dostateczną | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny bardzo dobrej**Zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą, dostateczną i dobrą | Wymagania edukacyjne niezbędne do uzyskania **oceny celującej**Zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą, dostateczną, dobrą i bardzo dobrą |
| 1. **UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE**

Uczeń: |
| zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej | potrafi rozwiązywać proste zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych | potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie z zastosowaniem ułamków algebraicznych (w tym zadania dotyczące związków pomiędzy średnimi: arytmetyczną, geometryczną, średnią kwadratową) | potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z parametrem |
| potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z wartością bezwzględną | potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod |
| potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie | rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej (w tym z parametrem) | potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych (także z wartością bezwzględną) |  |
| potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań | rozwiązuje proste zadania z parametrem dotyczące funkcji wymiernych | potrafi dowodzić własności funkcji wymiernej | potrafi rozwiązywać równania i nierówności wymierne z parametrem |  |
| potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych | potrafi rozwiązywać proste zadania z parametrem dotyczące funkcji homograficznej | potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie | potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wymiernych |  |
| zna definicję równania wymiernego |  | potrafi naszkicować wykres funkcji homograficznej z wartością bezwzględną i na podstawie wykresu funkcji opisać własności funkcji | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące własności funkcji homograficznej |  |
| potrafi rozwiązywać proste równania wymierne |  | potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania wymiernego z wartością bezwzględną i parametrem, na podstawie wykresu funkcji homograficznej, we wzorze której występuje wartość bezwzględna |  |  |
| zna definicję nierówności wymiernej |  | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wymiernych |  |  |
| potrafi rozwiązywać proste nierówności wymierne |  |  |  |  |
| wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności |  |  |  |  |
| wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem |  |  |  |  |
| zna definicję funkcji wymiernej |  |  |  |  |
| potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej |  |  |  |  |
| zna definicję funkcji homograficznej $y=\frac{ax+b}{cx+d}, $$$ gdzie c\ne 0i ad-cb\ne 0$$ |  |  |  |  |
| potrafi przekształcić wzór funkcji $y=\frac{ax+b}{cx+d}, gdzie c\ne 0 $$i ad-cb\ne 0$ do postaci$$y=\frac{k}{x-p}+q$$ |  |  |  |  |
| potrafi naszkicować wykres funkcji $y=\frac{k}{x-p}+q$ |  |  |  |  |
| potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi *OY* |  |  |  |  |
| potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji$$y=\frac{k}{x-p}+q$$ |  |  |  |  |
| **II. CIĄGI**Uczeń: |
| zna definicję ciągu (ciągu liczbowego) | potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; | wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był ciągiem monotonicznym | potrafi wykazać na podstawie definicji, że dana liczba jest granicą ciągu | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie, w których jest mowa o ciągach |
| potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | potrafi zbadać warunek na istnienie sumy szeregu geometrycznego (proste przykłady) | wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki | potrafi obliczać granice różnych ciągów zbieżnych; |  |
| wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych | potrafi obliczać sumę szeregu geometrycznego (zamiana ułamka okresowego na ułamek zwykły, proste równania i nierówności wymierne, proste zadania geometryczne); | potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym; | potrafi obliczać granice niewłaściwe różnych ciągów rozbieżnych do nieskończoności; |  |
| potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym | wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie | wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny | rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego |  |
| potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych | wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny | wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był arytmetyczny | potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności |  |
| zna definicję ciągu arytmetycznego | oblicza oprocentowanie lokaty | potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego | stosuje średnią geometryczną w dowodzeniu |  |
| potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; | określa okres oszczędzania | stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu |  |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny | bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby | określa monotoniczność ciągu geometrycznego | zna, rozumie i potrafi zastosować twierdzenie o trzech ciągach do obliczenia granicy danego ciągu |  |
| wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę | oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu ciągów zbieżnych | wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny | potrafi rozwiązywać różne zadania z zastosowaniem wiadomości o szeregu geometrycznym zbieżnym. |  |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego;  | oblicza sumę szeregu geometrycznego zbieżnego | potrafi wyprowadzić wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |  |  |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; | *wyznacza wyraz an+1 ciągu określonego wzorem ogólnym (tylko poziom podstawowy)* | stosuje średnią geometryczną do rozwiązywania zadań |  |  |
| zna definicję ciągu geometrycznego; | *bada w prostych przypadkach czy ciąg liczbowego jest rosnący czy malejący(tylko poziom podstawowy)* | wyznacza wartość parametru tak, aby ciąg był geometryczny |  |  |
| potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych | *potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu o podanej wartości(tylko poziom podstawowy)* | potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych; |  |  |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny; | *wyznacza wzór ogólny ciągu mając danych kilka jego wyrazów(tylko poziom podstawowy)* | potrafi określić ciąg wzorem rekurencyjnym |  |  |
| wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz | *potrafi wykorzystać średnią arytmetyczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu arytmetycznego;(tylko poziom podstawowy)* | potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym |  |  |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;  | *stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań tekstowych(tylko poziom podstawowy)* | rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym |  |  |
| zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego; | *wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy(tylko poziom podstawowy)* | oblicza granice niewłaściwe ciągów, korzystając z twierdzenia o własnościach granic ciągów rozbieżnych |  |  |
| potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów; | *wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dane dowolne dwa jego wyrazy(tylko poziom podstawowy)* | zna definicję i rozumie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego |  |  |
| oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji | *potrafi wykorzystać średnią geometryczną do obliczenia wyrazu środkowego ciągu geometrycznego;(tylko poziom podstawowy)* | zna i potrafi stosować twierdzenia dotyczące własności ciągów zbieżnych |  |  |
| rozumie intuicyjnie pojęcie granicy ciągu liczbowego zbieżnego; | *potrafi wyznaczyć ciąg arytmetyczny (geometryczny) na podstawie wskazanych danych;(tylko poziom podstawowy)* | stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym |  |  |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o działaniach arytmetycznych na granicach ciągów zbieżnych; | *stosuje własności ciągu geometrycznego do rozwiązywania zadań tekstowych(tylko poziom podstawowy)* |  |  |  |
| potrafi obliczyć granicę ciągu liczbowego (proste przykłady); |  |  |  |  |
| potrafi odróżnić ciąg geometryczny od szeregu geometrycznego; |  |  |  |  |
| zna warunek na zbieżność szeregu geometrycznego i wzór na sumę szeregu;  |  |  |  |  |
| sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny |  |  |  |  |
| **III. KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA**Uczeń: |
| zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia; | wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki |
| zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji; | umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności | rozwiązuje zadania z parametrem z wykorzystaniem wzoru Newtona | prowadzi dowody z wykorzystaniem pojęć kombinatoryki |  |
| zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji; | wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona |  | prowadzi dowody z wykorzystaniem symbolu Newtona, wzoru Newtona lub trójkąta Pascala |  |
| zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji; | w oparciu o wzór Newtona wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów |  |  |  |
| używać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów; | rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona  |  |  |  |
| stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek  |  |  |  |  |
| przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia |  |  |  |  |
| wypisuje permutacje danego zbioru |  |  |  |  |
| oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru |  |  |  |  |
| przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni |  |  |  |  |
| oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń  |  |  |  |  |
| oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami |  |  |  |  |
| stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek |  |  |  |  |
| zna symbol Newtona |  |  |  |  |
| oblicza wartość symbolu Newtona |  |  |  |  |
| zna własności symbolu Newtona |  |  |  |  |
| zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego |  |  |  |  |
| **IV. GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY**Uczeń: |
| zna podział czworokątów; | potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków; | umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; |  |
| potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu; | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych własności trapezu; | potrafi stosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie, w rozwiązywaniu złożonych zadań o średnim stopniu trudności; | potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu; |  |
| wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań; | korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.) | potrafi zastosować twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i okręgu opisanym na czworokącie do rozwiązania zadań o średnim stopniu trudności dotyczących trapezów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu; | potrafi wyprowadzić wzór na pole czworokąta opisanego na okręgu w zależności od długości promienia okręgu i obwodu tego czworokąta; |  |
| zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu; | potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów. |  | korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów. |  |
| potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów; | umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt; |  |  |  |
| zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań; |  |  |  |  |
| wie, jakie własności ma romb; |  |  |  |  |
| zna własności prostokąta i kwadratu; |  |  |  |  |
| wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur; |  |  |  |  |
| zna własności deltoidu; |  |  |  |  |
| rozumie, co to znaczy, że czworokąt jest wpisany w okrąg, czworokąt jest opisany na okręgu; |  |  |  |  |
| zna warunki, jakie musi spełniać czworokąt, aby można było okrąg wpisać w czworokąt oraz aby można było okrąg opisać na czworokącie; potrafi zastosować te warunki w rozwiązywaniu prostych zadań; |  |  |  |  |
| potrafi wymienić nazwy czworokątów, w które można wpisać, i nazwy czworokątów, na których można opisać okrąg; |  |  |  |  |
| zna i rozumie definicję podobieństwa; |  |  |  |  |
| potrafi wskazać figury podobne; |  |  |  |  |
| **V. GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA**Uczeń: |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych;  | potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów; | potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych; | potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów; | potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. |
| zna twierdzenie sinusów; | potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów; | potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych; | rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)  | potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów; |
| zna twierdzenie cosinusów; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia; | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów; | potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola. | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń |
| rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta; | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych; | potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku; | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń. |
| zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta; | potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań; | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). | potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu; |  |
| potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole; | umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań; |  | potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu; |  |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych;  | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie; |  | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów, twierdzenia o okręgu wpisanym w czworokąt i opisanym na czworokącie). |  |
| zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;  | zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności. |  |  |  |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań |  |  |  |  |
| potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań; |  |  |  |  |
| zna wzory na pole równoległoboku;  |  |  |  |  |
| zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; |  |  |  |  |
| zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia; |  |  |  |  |
| **VI. ELEMENTY ANALIZY MATEMATYCZNEJ**Uczeń: |
| uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie, również na podstawie jej wykresu | uzasadnia, korzystając z definicji, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące badania ciągłości funkcji w punkcie i zbiorze | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące różniczkowalności funkcji | rozwiązuje zadania nietypowe stosując analizę matematyczną; |
| zna i rozumie pojęcie granicy funkcji w punkcie  | oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzenia o granicach: sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji, które mają granice w tym punkcie | stosuje twierdzenie Weierstrassa do wyznaczania wartości najmniejszej oraz największej funkcji w danym przedziale domkniętym | potrafi zastosować wiadomości o stycznej do wykresu funkcji w rozwiązywaniu różnych zadań |  |
| oblicza granice funkcji w punkcie | oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie | zna i potrafi stosować twierdzenie o trzech funkcjach | potrafi stosować rachunek pochodnych do analizy zjawisk |  |
| zna twierdzenia dotyczące obliczania granic w punkcie | stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie  | zna własności funkcji ciągłych i potrafi je stosować w rozwiązywaniu zadań twierdzenie Darboux oraz twierdzenie Weierstrassa) | potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji |  |
| oblicza granice funkcji w nieskończoności | sprawdza ciągłość funkcji w punkcie | potrafi wyznaczyć równania asymptot wykresu funkcji, we wzorze których występuje wartość bezwzględna (o ile istnieją) | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności |  |
| oblicza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie | sprawdza ciągłość funkcji | zna związek pomiędzy ciągłością i różniczkowalnością funkcji |  |  |
| oblicza granice niewłaściwe funkcji w punkcie | wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji | potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności oraz ekstrema funkcji, w której wzorze występuje wartość bezwzględna |  |  |
| wyznacza równania asymptot pionowych wykresu funkcji | stosuje twierdzenia o przyjmowaniu wartości pośrednich do uzasadniania istnienia rozwiązania równania | potrafi stosować rachunek pochodnych w rozwiązywaniu zadań optymalizacyjnych |  |  |
| wyznacza równania asymptot poziomych wykresu funkcji | potrafi zbadać, czy dana funkcja jest różniczkowalna w danym punkcie (zbiorze) | wyznacza punkt wykresu funkcji, w którym styczna do niego spełnia podane warunki |  |  |
| zna i rozumie pojęcie funkcji ciągłej w punkcie |  potrafi wyznaczyć równanie stycznej do wykresu danej funkcji | wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna |  |  |
| korzystając z definicji, oblicza pochodną funkcji w punkcie | potrafi zbadać monotoniczność funkcji za pomocą pochodnej | wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja miała ekstremum w danym punkcie |  |  |
| zna pojęcie ilorazu różnicowego funkcji | potrafi wyznaczyć ekstrema funkcji wymiernej |  |  |  |
| zna i rozumie pojęcie pochodnej funkcji w punkcie | potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość danej funkcji wymiernej w przedziale domkniętym |  |  |  |
| potrafi sprawnie wyznaczać pochodne funkcji wymiernych na podstawie poznanych wzorów | potrafi zbadać przebieg zmienności danej funkcji wymiernej i naszkicować jej wykres |  |  |  |
|  zna i rozumie warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji różniczkowalnej | potrafi stosować rachunek pochodnych do rozwiązywania prostych zadań optymalizacyjnych |  |  |  |
| **VII. TRYGONOMETRIA**Uczeń: |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym; | potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach 30°, 45°, 60°; | potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych; | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego; | potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod. |
| potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków; | zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego; | potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych; | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego; | potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod. |
| potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); | potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich; | potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego; | potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych; | potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii. |
| potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne; | potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta | wie, co to jest miara główna kąta skierowanego i potrafi ją wyznaczyć dla dowolnego kąta; | potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne; | potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania |
| zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach 30, 45, 60; | potrafi określać w której ćwiartce układu współrzędnych leży końcowe ramię kąta, mając dane wartości funkcji trygonometrycznych tego kąta; | potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów mając informacje pozwalające na ustalenie współrzędnych punktu znajdującego się na końcowym ramieniu kąta | potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej; |  |
| wie co to jest miara łukowa kąta; | potrafi stosować wzory redukcyjne w obliczaniu wartości wyrażeń; | potrafi rozwiązywać zadania z zastosowaniem miary łukowej i stopniowej | potrafi określić dziedzinę funkcji i naszkocowac jej wykres, w przypadkach, gdy wzór funkcji wymaga przekształceniach; |  |
| potrafi zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie | potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów, których końcowe ramię leży na prostej o równaniu y=ax | potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone) | potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując kilka przekształceń: przesunięcie wykresu o wektor oraz y = s  f(x) oraz y = f(s  x), gdzie s  0; |  |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta; | umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze a, gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta; | potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne: | potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych; |  |
| umie podać znaki wartości funkcji trygonometrycznych w poszczególnych ćwiartkach; | potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań; | potrafi stosować wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności; | potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta; |  |
| potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta | potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;  | potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta); | potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów; |  |
| zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; | zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach; | potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej; | potrafi rozwiązywać równania/nierówności trygonometryczne w których występuje parametr |  |
| zna wzory redukcyjne; | potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne; | potrafi ustalać argumenty dla których wartości funkcji sinus i cosinus spełniają określone warunki; |  |  |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = sin x i omówić jej własności; | potrafi ustalać znak i porównywać wartości funkcji trygonometrycznych dla podanych kątów, korzystając z wykresów | potrafi ustalać najmniejszą i największą wartość wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne; | potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne w których występują pochodne funkcji trygonometrycznych, równania/nierówności trygonometryczne  |  |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = cos x i omówić jej własności; | potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach); | potrafi obliczać wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów; |  |  |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = tg x i omówić jej własności; | wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; | potrafi szkicować wykresy funkcji y = -f(x) oraz y = f(-x); |  |  |
| potrafi naszkicować wykres funkcji y = ctg x i omówić jej własności; | potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych; | potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując jedno z przekształceń, jak przesunięcie wykresu o wektor oraz y = s  f(x) oraz y = f(s  x), gdzie s  0; |  |  |
| potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi OX, symetria osiowa względem osi OY, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe o dany wektor) | oblicza granice funkcji, w których we wzorze występują funkcje trygonometryczne | potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|), *y* = *s*  *f*(*x*) oraz *y* = *f*(*s**x*), gdzie *s* 0; |  |  |
| zna wzory na sinus i cosinus sumy/różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; | oblicza pochodne funkcji, w których występują funkcje trygonometryczne korzystając z poznanych wzorów na sumę/różnicę/iloczyn/iloraz pochodnych  | potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych w których we wzorach występuje pierwiastek |  |  |
| potrafi stosować wzory na sumę/różnicę funkcji trygonometrycznych |  | potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych; |  |  |
| zna granice funkcji $\frac{sinx}{x}$ przy x dążącym do 0 |  | potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wykorzystaniem tożsamości trygonometrycznych |  |  |
| zna wzory na pochodne funkcji trygonometrycznych i umie je stosować |  | potrafi obliczyć pochodne funkcji złożonych, w których występują funkcje trygonometryczne |  |  |
|  |  | potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji, w których wzorze występuje funkcja trygonometryczna |  |  |
| **VIII. GEOMETRIA ANALITYCZNA**Uczeń: |
| zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy; | potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora | potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności | sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe | rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności; |
| potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora | potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych | rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej; | potrafi wyprowadzać wzory z geometrii analitycznej (sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory; odległość punktu od prostej) |
| potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej) | potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych; | potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; | potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych; |  |
| zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej | potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym; | potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności; | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych; |  |
| potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie) | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej; | rozwiązuje zadania, dotyczące wektorów, w których występują parametry | potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności; |  |
| zna pojęcie i wzór funkcji liniowej; | potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych); | rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów | potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których koniczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki; |  |
| potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b); | potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt; | rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole) | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności |  |
| potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem; | potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej; | stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności  | potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej stosując analizę matematyczną |  |
| potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej; | potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu; | dobiera tak wartość parametru, aby dane okręgi były styczne/rozłączne/przecinające się |  |  |
| potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach; | potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń); | potrafi wykazać, że dane przekształcenie jest/nie jest izometrią |  |  |
| potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie; | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); |  |  |  |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów; | potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |  |  |  |
| potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców | potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów |  |  |  |
| zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX); | potrafi obliczyć pole trójkąta, gdy dane są jego wierzchołki |  |  |  |
| zna definicję równania ogólnego prostej; |  potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń) |  |  |  |
| potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty; | potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń); |  |  |  |
| zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi; | potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;  |  |  |  |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej; | potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach; |  |  |  |
| potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej; | potrafi rozwiązywać proste zadania z zastosowaniem jednokładności. |  |  |  |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; | potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu |  |  |  |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; |  |  |  |  |
| umie sprawdzić, czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej; |  |  |  |  |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;  |  |  |  |  |
| zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych |  |  |  |  |
| potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne |  |  |  |  |
| zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |  |  |  |  |
| zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |  |  |  |  |
| zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów |  |  |  |  |
| zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej |  |  |  |  |
| zna wzór na pole trójkąta, gdy dane są jego wierzchołki |  |  |  |  |
| potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi |  |  |  |  |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanoniczneji zredukowanej; |  |  |  |  |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu; |  |  |  |  |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu; |  |  |  |  |
| umie sprawdzić, czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej; |  |  |  |  |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;  |  |  |  |  |
| zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu |  |  |  |  |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |  |  |  |  |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych; |  |  |  |  |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych dwóch okręgów (lub stwierdzić, że okręgi nie przecinają się), gdy znane są równania tych okręgów; |  |  |  |  |
| wie, jakie przekształcenie nazywamy izometrią |  |  |  |  |
| zna pojęcie jednokładności o środku S i skali k≠0 (także w ujęciu analitycznym); |  |  |  |  |